

Exercice 2

La scène se passe en haut d'une falaise au bord de la mer. Pour trouver une plage et aller se baigner, les touristes ne peuvent choisir qu'entre deux plages, l'une à l'Est et l'autre à l'Ouest.

On suppose que n touristes ($n \geq 3$) se retrouvent un jour en haut de la falaise. Ces n touristes veulent tous se baigner et chacun d'eux choisit au hasard et indépendamment des autres l'une des deux directions.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de ces touristes qui choisissent la plage à l'Est.

- 1) Déterminer la probabilité que k touristes ($0 \leq k \leq n$) partent en direction de l'Est.
- 2) On suppose ici que les deux plages considérées sont désertes au départ. On dit qu'un touriste est *heureux* s'il se retrouve seul sur une plage.
 - a. Peut-il y avoir deux touristes heureux ?
 - b. Démontrer que la probabilité (notée p) qu'il y ait un touriste *heureux* parmi ces n touristes vaut $p = \frac{n}{2^{n-1}}$.
 - c. Application numérique : Lorsque le groupe comprend 10 personnes, exprimer la probabilité, arrondie au centième, qu'il y ait un touriste heureux parmi les 10.

Exercice 4

Rapid le lièvre et Dosman la tortue lancent un dé : s'il tombe sur 6, le lièvre gagne et le jeu s'arrête. S'il tombe sur un autre numéro, la tortue avance d'une case. La tortue gagne si elle parvient à avancer de n cases (n non nul). Les lancers se poursuivent jusqu'à ce qu'il y ait un gagnant. On note $p_n(T)$ (respectivement $p_n(L)$) la probabilité que la tortue gagne (respectivement que le lièvre gagne).

- 1) Etude du cas $n = 4$.
 - a. Lequel des deux concurrents vous paraît-il favorisé ?
 - b. Calculer $p_4(T)$ puis $p_4(L)$ (vous pouvez utiliser un arbre).
 - c. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de lancers nécessaires pour obtenir un vainqueur. X suit-elle une loi binomiale ? Justifier.
 - d. Combien de lancers en moyenne faut-il pour avoir un gagnant ?
 - e. Dix parties indépendantes sont jouées. Quelle est la probabilité que la tortue gagne 5 fois exactement ? au moins deux fois ?
- 2) La valeur de n n'est plus fixée.
 - a. Calculer $p_n(T)$ et déterminer pour quelles valeurs de n le jeu est favorable à la tortue.
 - b. Calculer l'espérance du nombre de parties remportées par la tortue dans une série de 10 parties.

Exercice 1

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules rouges indiscernables au toucher.

On effectue n tirages successifs ($n \geq 1$) d'une boule avec remise.

- 1) Déterminer en fonction de n la probabilité p_n de tirer au moins une boule blanche en n tirages.
- 2) Quelles valeurs faut-il donner à n pour que $p_n \geq 0,99$?