

Exercice 1

Un élève se rend à vélo au lycée distant de 3 km de son domicile à une vitesse supposée constante de $15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Sur le parcours, il rencontre 6 feux tricolores non synchronisés. Pour chaque feu, la probabilité qu'il soit au vert est $\frac{2}{3}$. Un feu rouge ou orange lui fait perdre une minute et demie. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de feux verts rencontrés par l'élève sur son parcours et T la variable aléatoire égale au temps en minute mis par l'élève pour aller au lycée.

- 1) Déterminer la loi de probabilités de X .
- 2) Exprimer T en fonction de X .
- 3) Déterminer $E(T)$ et interpréter ce résultat.
- 4) L'élève part 17 minutes avant le début des cours.
 - a. Peut-il espérer être à l'heure ?
 - b. Calculer la probabilité qu'il soit en retard.

Exercice 2

Alain et Benjamin pratiquent assidûment le tennis. On estime que la probabilité qu'Alain gagne une rencontre est 0,6. Ils décident de jouer trois matchs dans l'année (les résultats des matchs sont indépendants les uns des autres) et de faire une cagnotte pour s'offrir un repas en fin d'année. A la fin de chaque match, le perdant versera 20€.

Benjamin s'interroge sur sa dépense éventuelle en fin d'année.

On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de matchs gagnés par Benjamin et D la variable aléatoire correspondant à la dépense de Benjamin.

- a. Quelles sont les valeurs possibles de X ? Exprimer D en fonction de X et en déduire les valeurs possibles de D .
- b. Démontrer que la probabilité que Benjamin dépense 40€ est 0,432.
- c. Calculer l'espérance de dépense en fin d'année de Benjamin.

Exercice 3

Un pépiniériste conditionne des bulbes de fleurs. On conviendra qu'un bulbe germe s'il donne naissance à une plante qui fleurit. On considère que le pépiniériste dispose d'un très grand nombre de bulbes et que la probabilité qu'un bulbe germe est de 0,83.

Il prélève au hasard successivement quinze bulbes de ce stock. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de bulbes qui germent.

- 1) Quelle est la loi de X ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'exactly 5 bulbes choisis germent ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'au moins 9 bulbes germent ?
- 4) En moyenne, sur un prélèvement de 15 bulbes, combien vont germer ?

Exercice 4

Une compagnie de transport désire optimiser les contrôles afin de limiter l'impact des fraudes. Cette compagnie effectue une étude basée sur 2 trajets par jour pendant les 20 jours ouvrables d'un mois, soit au total 40 trajets. On admet que les contrôles sont indépendants les uns des autres et que la probabilité pour tout voyageur d'être contrôlé est égale à p .

Un trajet coûte 10€ ; en cas de fraude, l'amende est de 100€. Théo fraude systématiquement lors des 40 trajets étudiés. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de trajets où Théo a été contrôlé.

- 1) On suppose que $p = 0,05$.
 - a. Calculer à 10^{-4} près la probabilité que Théo soit contrôlé au plus 2 fois.
 - b. Soit Z la variable aléatoire donnant le gain algébrique réalisé par Théo. Justifier que $Z = 400 - 110X$ puis calculer $E(Z)$.
- 2) On ne connaît plus la valeur de p .

Pour quelles valeurs de p , la fraude systématique est-elle favorable à Théo ? Justifier.