

Exercice 7**Partie A**

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 - \frac{1}{x^2} - 4 \ln(x)$.

- 1) Etudier les variations de g . Préciser $g(1)$.
- 2) En déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4x^2} - (\ln x)^2$.

- 1) Montrer que pour tout réel $x > 0$, $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.
- 2) Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra mettre x^2 en facteur dans l'expression de $f(x)$).

En déduire la limite de f en 0.

- 3) En utilisant la partie A, étudier le sens de variations de f sur $]0; +\infty[$.

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $]3; +\infty[$ par $f(x) = (x+1) \ln(x-3)$.

- 1) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Préciser les asymptotes éventuelles.
- 2) Vérifier que pour $x > 3$, $f'(x) = \frac{x+1}{x-3} + \ln(x-3)$.
- 3) Calculer f'' et en déduire les variations de f' .
- 4) Etudier le signe de f' sur $]3; +\infty[$.
- 5) Déterminer le tableau de variations de f .
- 6) Calculer les coordonnées des points d'intersections de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

Exercice 4

Déterminer chacune des limites de chacune des fonctions suivantes en 0 et $+\infty$.

1. $f : x \rightarrow \frac{1}{\ln x}$

3. $f : x \rightarrow \frac{-1}{\ln x - 1}$

2. $f : x \rightarrow \frac{1}{x} - \ln x$

4. $f : x \rightarrow (\ln x)^2 - \ln x$

Exercice 5

Rechercher chacune des limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\ln \left(\frac{3x+5}{x-1} \right) \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x \ln \left(x + \frac{2}{x} \right) \right)$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{\ln x}{2x+1} \right)$