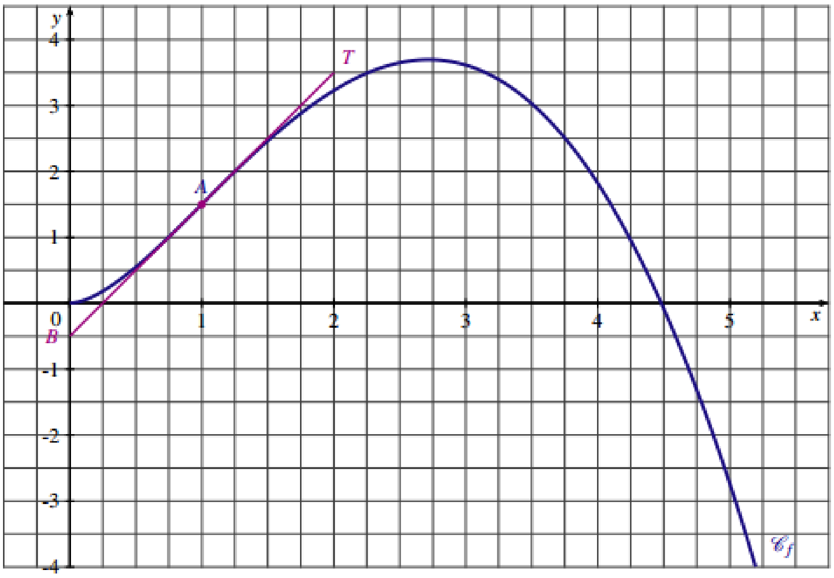
PARTIE A

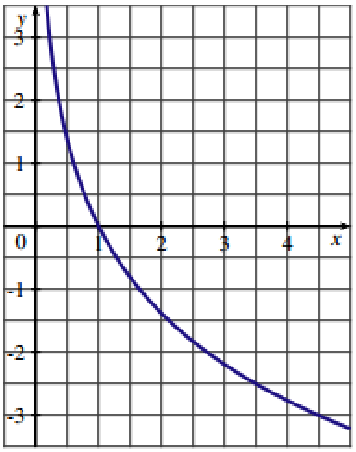
La courbe $\mathscr{C}_f$, tracée ci-dessous dans un repère orthogonal est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$.

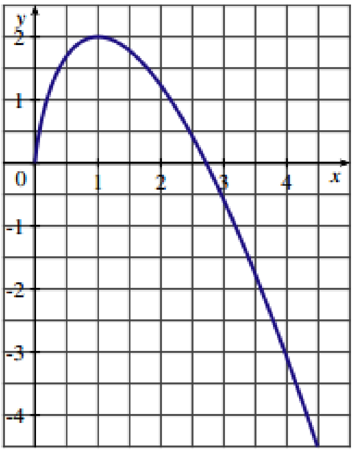


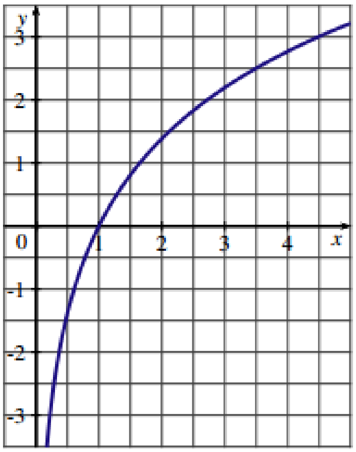
La tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $A\left(1; \dfrac{3}{2}\right)$ coupe l'axe des ordonnées au point $B\left(0; -\dfrac{1}{2}\right)$.

1. On note f' la dérivée de la fonction f, déterminer $f'(1)$.
2. Que représente le point A pour la courbe $\mathscr{C}_f$?
3. Une seule des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la dérivée seconde f'' : laquelle ?

Courbe $\mathscr{C}_1$ — Courbe $\mathscr{C}_2$ — Courbe $\mathscr{C}_3$







PARTIE B

La fonction f de la partie A est définie sur $I =]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 \times \left(\dfrac{3}{2} - \ln(x)\right)$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
2. a) Montrer que pour tout réel x strictement positif, $f'(x) = 2x \times (1 - \ln(x))$.
   b) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
3. On note f'' la dérivée seconde de f sur $]0; +\infty[$. Calculer $f''(x)$ puis, étudier la convexité de la fonction f.