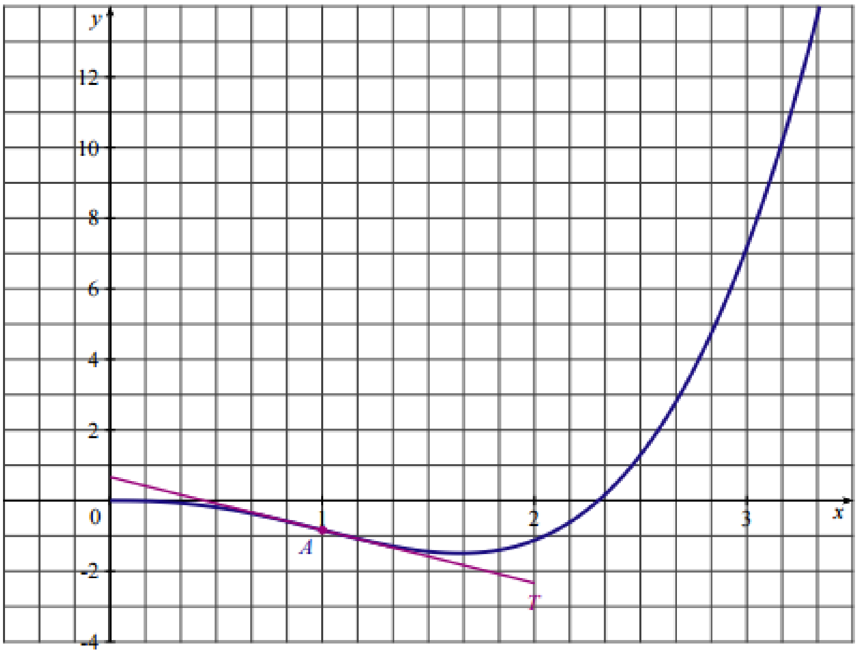
Soit f la fonction définie sur $I =]0;+\infty[$ par $f(x) = x^3 \times \left(\ln(x) - \frac{5}{6}\right)$.

1. La courbe représentative de la fonction f, notée $\mathscr{C}_f$, est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé.
La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1.



Par lecture graphique, que représente le point A pour la courbe $\mathscr{C}_f$?

2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

   a) Montrer que pour tout réel x strictement positif, $f'(x) = 3x^2 \times \left(\ln(x) - \frac{1}{2}\right)$.

   b) Étudier le signe de la fonction dérivée f' sur l'intervalle I.

   c) En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

3. On note f'' la dérivée seconde de f sur $]0;+\infty[$.
On admet que, pour tout réel x strictement positif on a $f''(x) = 6x\ln x$
Étudier la convexité de la fonction f.