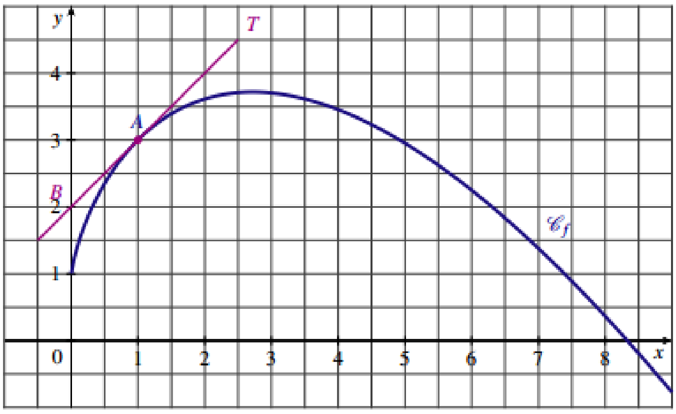
EXERCICE 4

On considère la fonction f définie pour tout réel x strictement positif par $f(x) = 2x - x\ln(x) + 1$ et on note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.
La fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$, on note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.



1. La tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $A(1;3)$ coupe l'axe des ordonnées au point $B(0;2)$. Déterminer $f'(1)$.
2. a) Montrer que pour tout réel x strictement positif, $f'(x) = 1 - \ln(x)$.
   b) Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$, l'inéquation $1 - \ln(x) \leqslant 0$.
   c) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
3. Étudier la convexité de la fonction f.

EXERCICE 1

(4 *points*)

Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Cocher sur l'énoncé la réponse choisie. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. L'expression $A = \ln\left(2e^2\right) - \ln(4) + \ln(e)$ est égale à :
   ☐ $\ln\left(2e^2 - 4 + e\right)$ ☐ $\ln\left(2e^2\right) - \ln(4e)$ ☐ $3 - \ln(2)$ ☐ $5 - 2\ln(2)$
2. L'équation $e^{-0,5x} = 0,5$ admet pour solution :
   ☐ $x = 1,38629$ ☐ $x = -1$ ☐ $x = 2\ln 2$ ☐ $x = -\ln 2$
3. Si a et b sont deux réels strictement positifs alors :
   ☐ $\dfrac{\ln a}{\ln b} = \ln a - \ln b$ ☐ $2\ln a + \ln b = \ln(2ab)$ ☐ $\ln a - \dfrac{\ln b}{2} = \ln\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right)$ ☐ $\ln a \times \ln b = \ln(a+b)$
4. L'ensemble S solution de l'équation $\ln(1-x) \times \ln(1+x) = 0$ est :
   ☐ $S = \{-1;1\}$ ☐ $S = \{-1\}$ ☐ $S = \{1\}$ ☐ $S = \{0\}$