

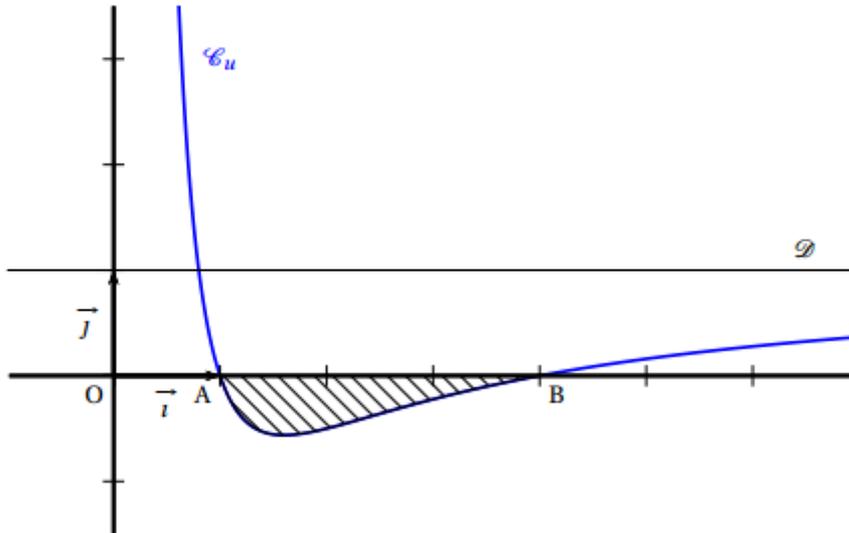
Partie A

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on désigne par \mathcal{C}_u la courbe représentative de la fonction u définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$u(x) = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}$$

où a, b et c sont des réels fixés.

On a tracé sur le graphique ci-dessous la courbe \mathcal{C}_u et la droite \mathcal{D} d'équation $y = 1$.



On précise que la courbe \mathcal{C}_u passe par les points $A(1; 0)$ et $B(4; 0)$ et que l'axe des ordonnées et la droite \mathcal{D} sont asymptotes à la courbe \mathcal{C}_u .

1. Donner les valeurs de $u(1)$ et $u(4)$.
2. Donner $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x)$. En déduire la valeur de a .
3. En déduire que, pour tout réel x strictement positif, $u(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 5 \ln x - \frac{4}{x}$$

1. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0. On pourra utiliser sans démonstration le fait que $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$.
2. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.
3. Démontrer que, pour tout réel x strictement positif, $f'(x) = u(x)$.
En déduire le tableau de variation de la fonction f en précisant les limites et les valeurs particulières.