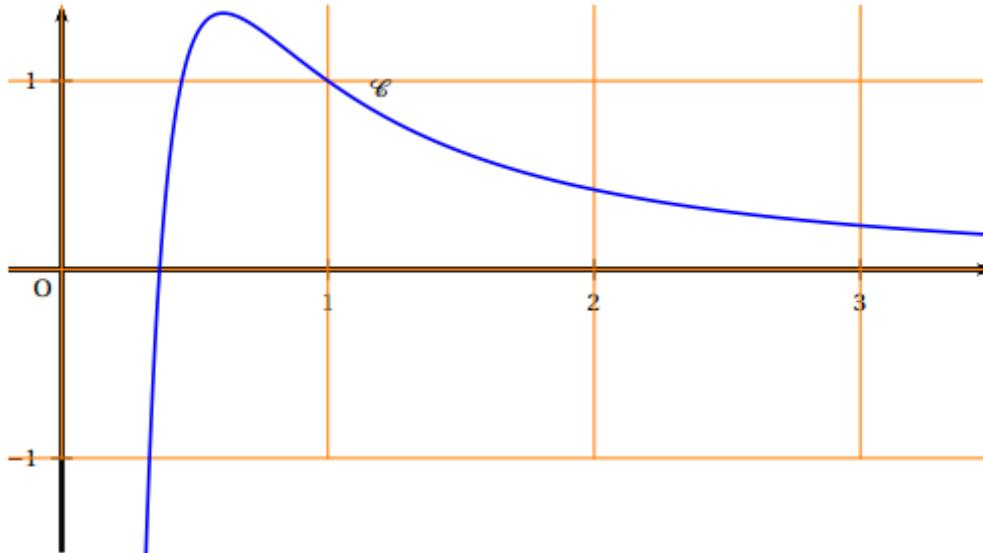


Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x^2}$$

et soit  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère du plan. La courbe  $\mathcal{C}$  est donnée ci-dessous :



1.
  - a. Étudier la limite de  $f$  en 0.
  - b. Que vaut  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}$ ? En déduire la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .
  - c. En déduire les asymptotes éventuelles à la courbe  $\mathcal{C}$ .
2.
  - a. On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .  
Démontrer que, pour tout réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,

$$f'(x) = \frac{-1 - 2\ln(x)}{x^3}.$$

- b. Résoudre sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  l'inéquation  $-1 - 2\ln(x) > 0$ .  
En déduire le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
    - c. Dresser le tableau des variations de la fonction  $f$ .
3.
  - a. Démontrer que la courbe  $\mathcal{C}$  a un unique point d'intersection avec l'axe des abscisses, dont on précisera les coordonnées.
  - b. En déduire le signe de  $f(x)$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .