

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$.

Sa courbe représentative (C), construite dans un repère orthonormal, et son tableau de variations sont donnés ci-dessous.

1. Le tableau de variations de f donne des propriétés sur les variations de la fonction, les limites aux bornes de l'ensemble de définition ainsi que l'extremum.

Énoncer puis démontrer ces propriétés.

2. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Existe-t-il des tangentes à la courbe (C) qui contiennent le point O origine du repère ? Si oui donner leur équation.

Partie B

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{t^2} dt$.

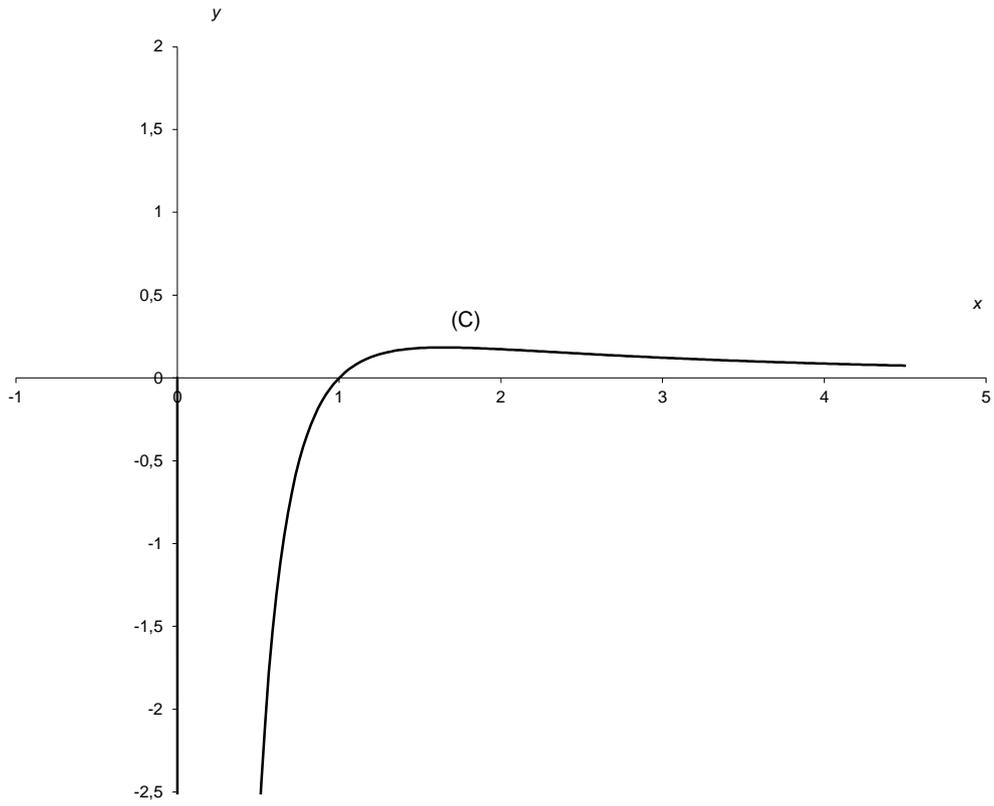
1. a. Que représente f pour la fonction g ?

b. En déduire le sens de variations de g sur $]0; +\infty[$.

2. Interpréter géométriquement les réels $g(3)$ et $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

3. a. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que $g(x) = 1 - \frac{\ln x + 1}{x}$

b. Déterminer la limite de g en $+\infty$.



x	0	$\frac{1}{e^2}$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{2e}$	0