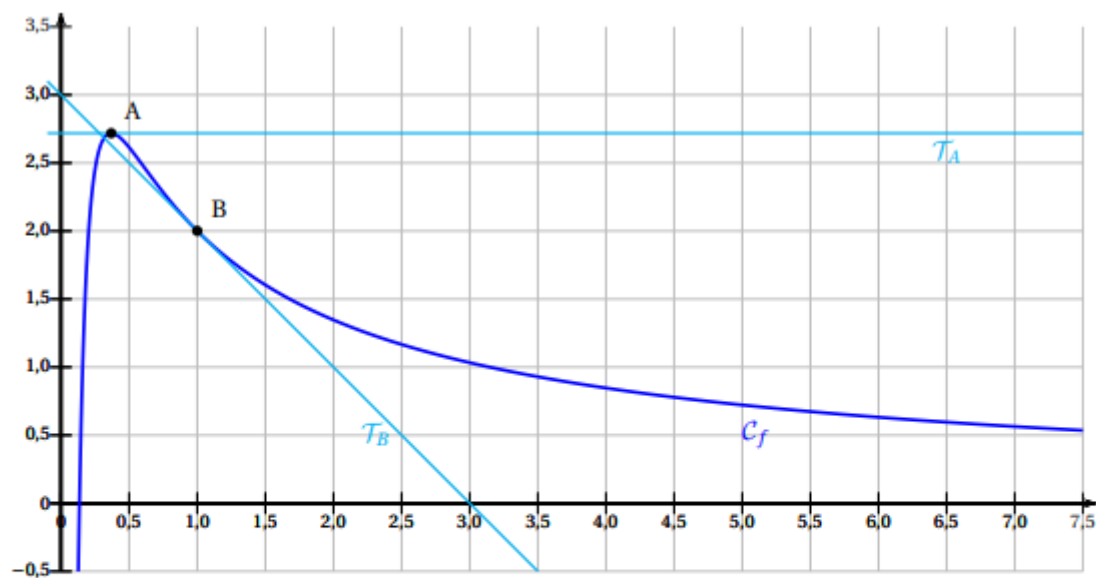


Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormé :

- la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $]0; +\infty[$;
- la tangente $\mathcal{T}_A$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A de coordonnées $\left(\frac{1}{e}; e\right)$;
- la tangente $\mathcal{T}_B$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point B de coordonnées $(1; 2)$.

La droite $\mathcal{T}_A$ est parallèle à l'axe des abscisses. La droite $\mathcal{T}_B$ coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $(3; 0)$ et l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; 3)$.



On note f' la fonction dérivée de f .

PARTIE I

1. Déterminer graphiquement les valeurs de $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ et de $f'(1)$.
2. En déduire une équation de la droite $\mathcal{T}_B$.

PARTIE II

On suppose maintenant que la fonction f est définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2 + \ln(x)}{x}.$$

1. Par le calcul, montrer que la courbe $\mathcal{C}_f$ passe par les points A et B et qu'elle coupe l'axe des abscisses en un point unique que l'on précisera.
2. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0 par valeurs supérieures, et la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
3. Montrer que, pour tout $x \in]0 ; \infty[$,

$$f'(x) = \frac{-1 - \ln(x)}{x^2}.$$

4. Dresser le tableau de variations de f sur $]0 ; +\infty[$.
5. On note f'' la fonction dérivée seconde de f On admet que, pour tout $x \in]0 ; +\infty[$

$$f''(x) = \frac{1 + 2\ln(x)}{x^3}.$$

Déterminer le plus grand intervalle sur lequel f est convexe.