Partie A

On considère la fonction *f* déflnie sur l'intervalle]0 ; $+\infty$ [par $f(x)=\dfrac{1-\ln x}{x}$.

On note C la courbe représentative de *f* dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1. Déterminer la limite de *f* en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

2. En remarquant que, pour tout nombre réel *x* appartenant à l'intervalle]0 ; $+\infty$ [, *f*(*x*) est égal à $\dfrac{1}{x}-\dfrac{\ln x}{x}$, déterminer la limite de la fonction *f* en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

3. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction *f* sur l'intervalle]0 ; $+\infty$ [.

Montrer que, pour tout nombre réel *x* appartenant à l'intervalle]0 ; $+\infty$ [, $f'(x)=\dfrac{-2+\ln x}{x^2}$.

b. Étudier le signe de −2+ln *x* sur l'intervalle]0 ; $+\infty$ [. En déduire le signe de f' sur l'intervalle]0 ; $+\infty$ [.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction *f.*

4. On note *I* le point d'intersection de C et de l'axe $(O\,;\vec{i})$. Déterminer les coordonnées du point *I*.

5. On note T la tangente à la courbe C au point *A* d'abscisse 1. Déterminer une équation de la droite T.

6. Sur la feuille de papier millimétré, tracer, dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ la courbe C et la droite T.

On prendra 1 cm pour unité graphique sur l'axe $(O\,;\vec{i})$ et 5 cm pour unité graphique sur l'axe $(O\,;\vec{j})$.

Partie B

1. a. On considère la fonction *g* définie sur l'intervalle]0 ; $+\infty$ [par $g(x)=(\ln x)^2$. On note g' la fonction dérivée de la fonction *g* sur l'intervalle]0 ; $+\infty$ [.

Calculer $g'(x)$.

b. En déduire une primitive de la fonction $x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ sur l'intervalle]0 ; $+\infty$ [.

2. a. Calculer $J=\displaystyle\int_1^e f(x)\,dx$ où *f* est la fonction définie dans la partie A.

b. Interpréter graphiquement l'intégrale *J*.