TS **LOGARITHME** feuille 23

Exercice 1)

On appelle *f* la fonction définie sur]0 ; +∞[par $f(x) = (x+1)\ln x$ -1, et *C* sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 2cm.

1) Etudier les limites de *f* en 0 et en +∞. En déduire l'existence d'une asymptote à *C*.
2) Calculer la dérivée *f '* de *f*, puis la dérivée *f ''* de *f '*,montrer que *f ''*(*x*) = $\dfrac{x-1}{x^2}$. Etudier le signe de *f ''*, calculer *f '*(1) et en déduire que pour tout *x*, *f '*(*x*) ≥ 2. Préciser le sens de variation de *f*.
3) Montrer que pour tout *x* ≥ 1, *f*(*x*) + 1 ≥ 2(*x* – 1) .
4) Montrer que l'équation *f*(*x*) = 0 a une unique solution *a* sur [1 ; 2]. Donner à la calculatrice un encadrement de *a* à 10^{-2} près.
5) Tracer *C*.
6) a) En remarquant que $\dfrac{(x+1)^2}{x} = x + 2 + \dfrac{1}{x}$, donner une primitive de $\dfrac{(x+1)^2}{x}$.

   b) En déduire à l'aide d'une intégration par parties le calcul de $\int_1^a f(x)dx$.

Exercice 2) (8 points)

1) Résoudre dans ☑ :
   a) $\ln(x-1) - 2\ln(x-3) = 0$.
   b) $\ln^2 x + \ln x - 2 = 0$
   c) $\ln(2x-1) < 2$
2) Résoudre dans ☝ $\dfrac{1}{1000} \leq \dfrac{3}{4^n} \leq \dfrac{1}{100}$.