EXERCICE 1

1) Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x}{E(x)}$$

Remarque : On définit la fonction partie entière E de la manière suivante :

$E : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$

$x \mapsto E(x)$. *E(x) est le plus grand entier relatif inférieur ou égal à x.*

Si $x \in [n; n+1[$ $E(x) = n$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) a) f a-t-elle une limite en 0 ?

b) f est-elle continue en 0 ?

3) Soit $g : x \mapsto \dfrac{x}{E(x)}$ si $x \in \mathbb{R} - [0;1[$.

$x \mapsto 0$ si $x \in [0;1[$

a) Démontrer que g est continue sur $\mathbb{R}$.

b) g est-elle continue en 0 ?

EXERCICE 2

En utilisant la définition de la limite, démontrer les résultats suivants :

1) $\lim\limits_{x \to 2} (2x - 1) = 3$ 2) $\lim\limits_{x \to 2} (x^2 - x + 1) = 3$ 3) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3 + x}{x + 1} = 2$

Remarque : $\lim\limits_{x \to a} = l \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \ \exists \alpha \in \mathbb{R} \ \forall x \in D_f \ [|x - a| < \alpha \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon]$