

EXERCICE 1

1) Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+13}-4}$$

Quel est l'ensemble de définition de cette fonction  $f$  ?

2) Soit  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x \mapsto \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+13}-4} & \text{si } x \neq 3 \\ 3 \mapsto m \end{cases}$$

Quelle valeur faut-il donner à  $m$  pour que  $g$  soit un prolongement par continuité de  $f$  au point  $x = 3$  ?

EXERCICE 2

Peut-on prolonger par continuité en 0 la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x^2 - |x|}{x^2 + |x|}$ .

EXERCICE 3

Soit  $f$  une fonction définie et continue sur  $[0;1]$  et prenant ses valeurs dans  $[0;1]$ .

$$f: [0;1] \rightarrow [0;1]$$

1) Démontrer qu'il existe  $a \in [0;1]$  tel que  $f(a) = a$ .

(On pourra considérer la fonction  $g$  définie par  $g(x) = f(x) - x$ )

2) On suppose  $f$  dérivable sur  $]0;1[$  et de plus  $\forall x \in ]0;1[ f'(x) < 1$ .

Démontrer que la solution de l'équation  $f(x) = x$  dans l'intervalle  $[0;1]$  est unique.

3) Construire un exemple et un contre-exemple.