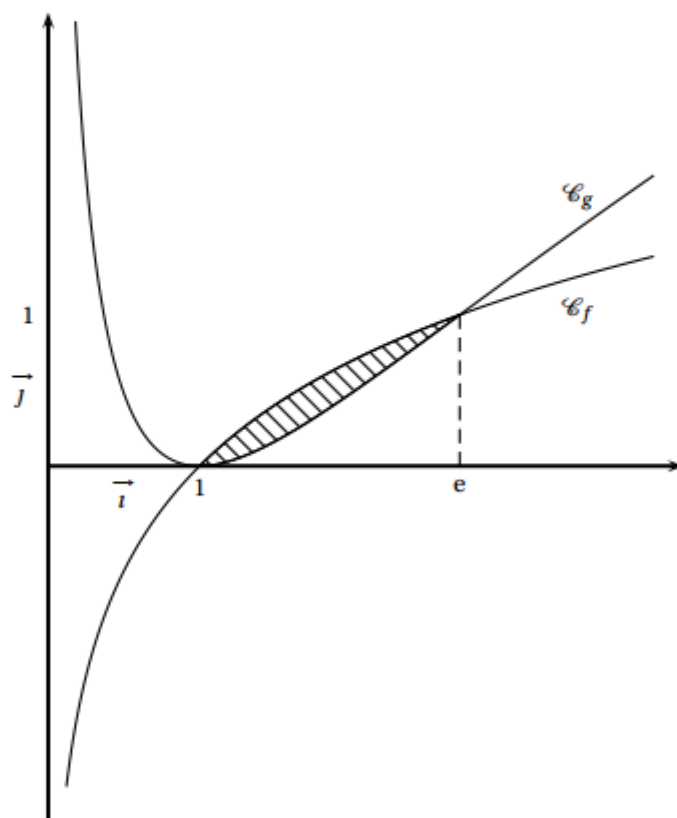


Les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ données ci-dessous représentent respectivement, dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les fonctions f et g définies sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln x \quad \text{et} \quad g(x) = (\ln x)^2.$$



1. On cherche à déterminer l'aire $\mathcal{A}$ (en unités d'aire) de la partie du plan hachurée.
On note $I = \int_1^e \ln x \, dx$ et $J = \int_1^e (\ln x)^2 \, dx$.
 - a. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $F(x) = x \ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien. En déduire I .
 - b. Démontrer à l'aide d'une intégration par parties que $J = e - 2I$.
 - c. En déduire J .
 - d. Donner la valeur de $\mathcal{A}$.
2. Dans cette question le candidat est invité à porter sur sa copie les étapes de sa démarche même si elle n'aboutit pas.
Pour x appartenant à l'intervalle $[1 ; e]$, on note M le point de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisse x et N le point de la courbe $\mathcal{C}_g$ de même abscisse. Pour quelle valeur de x la distance MN est maximale ? Calculer la valeur maximale de MN .