<u>Exercice 1</u> *(13 points)*

Soit f la fonction définie par : $f(x) = (x + 1) \ln |x - 3|$. Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, unités : 1 cm.

1°) Préciser l'ensemble de définition D_f de f.

2°) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f et en déduire une asymptote verticale à (C_f).

3°) a) Justifier que f est dérivable sur D_f et calculer $f'(x)$.

b) Justifier que f' est dérivable sur D_f et que $f''(x) = \dfrac{x-7}{(x-3)^2}$.

En déduire les variations de la fonction f'.

c) Démontrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet une unique solution α sur D_f et que $\alpha \approx 0{,}8$.

d) En déduire le signe de f' sur D_f.

4°) Déterminer les variations de f et dresser son tableau de variations complet.

5°) Tracer la courbe (C_f)

6°) a) Soit g la fonction définie sur $[-1 ; 2]$ par :

$g(x) = \dfrac{1}{2}(x^2 + 2x - 15) \ln |x - 3|$.

Calculer $g'(x)$. (on remarquera que : $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5)$)

b) En déduire une primitive de f sur $[-1 ; 2]$.

c) Déterminer l'aire en cm^2 de la partie du plan comprise entre la courbe (C_f), l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 2$.