

EXERCICE 9

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une double intégration par parties :

a) $\int_1^0 x^2 e^x dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx$

c) $\int_{-1}^1 (x^2 - 4x + 1) e^x dx$

d) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos 3x dx$

EXERCICE 10

On considère les intégrales :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos^2 x dx \quad \text{et} \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin^2 x dx$$

1/ Calculer $I + J$, puis $I - J$

2/ En déduire I et J

EXERCICE 11

Soit a un réel strictement positif

On pose :

$$I(a) = \int_1^a \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$$

1/ En remarquant que, pour tout $x > 0$:

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Calculer $I(a)$ en utilisant une intégration par parties

2/ Calculer la limite de $I(a)$ lorsque a tend vers $+\infty$ puis, lorsque a tend vers 0.