TS **INTEGRALES** feuille 33

1. Exercice 3

5 points

Question de cours : soit *I* un intervalle de $\mathbb{R}$. Soient *u* et *v* deux fonctions continues, dérivables sur *I* telles que les fonctions dérivées *u*’ et *v*’ soient continues sur *I*.

Rappeler et démontrer la formule d’intégration par parties sur un intervalle [*a* ; *b*] de *I*.

Partie A

Soit *f* une fonction définie et dérivable sur l’intervalle $\left[0\,;1\right]$. On note f' la fonction dérivée de *f*. On suppose que f' est continue sur l’intervalle $\left[0\,;1\right]$.

1. Utiliser la question de cours pour montrer que $\int_0^1 f(x)\,dx = f(1) - \int_0^1 xf'(x)\,dx$.

2. En déduire que $\int_0^1 \left[f(x) - f(1)\right]dx = -\int_0^1 xf'(x)\,dx$.

Partie B

On désigne par ln la fonction logarithme néperien.

Soit *f* la fonction définie sur l’intervalle $\left]-2\,;2\right[$ par $f(x) = \ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ d’unité graphique 2 cm.

1. Déterminer les limites de *f* aux bornes de son ensemble de définition.

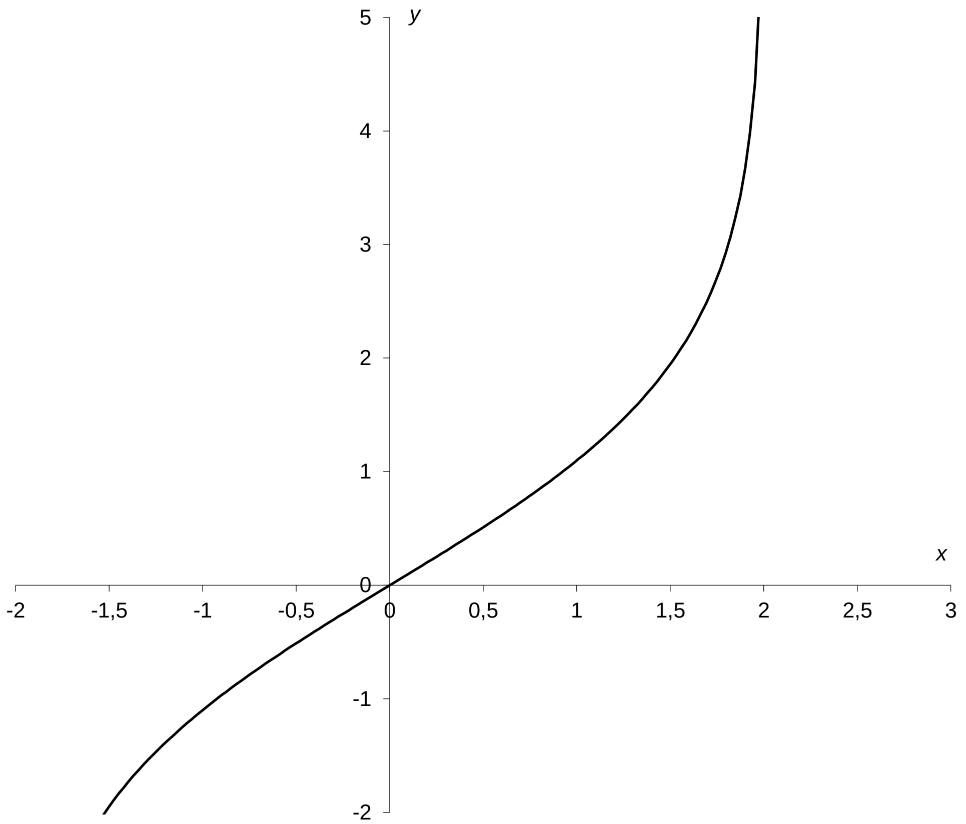
2. a. Montrer que pour tout réel *x* de l’intervalle $\left]-2\,;2\right[$, on a $f'(x) = \dfrac{4}{4-x^2}$.

b. En déduire les variations de *f* sur l’intervalle $\left]-2\,;2\right[$.

Partie C

Le courbe C est tracée ci-dessous. Hachurer la partie P du plan constituée des points *M*(*x* ; *y*) tels que : $0 \le x \le 1$ et $f(x) \le y \le \ln 3$.

En utilisant la partie A, calculer en cm^2 l’aire de P.


y
x
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-2
-1,5
-1
-0,5
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3