1. Exercice 5 (3 points)

L'exercice comporte une annexe à rendre avec la copie.

On considère les fonctions f et g définies, sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, par $f(x) = \ln(x+1)$ et $g(x) = e^x - 1$.
On désigne par C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthonormal $(O\ ;\vec{i}, \vec{j})$. Ces courbes sont tracées sur la feuille annexe, dont le candidat disposera comme il le jugera utile ; cette annexe sera à joindre à la copie, avec les éventuels ajouts effectués par le candidat,

1. Vérifier que les courbes C_f et C_g ont une tangente commune au point $O(0\ ;\ 0)$. Préciser la position de la courbe C_f par rapport à cette tangente.

2. Démontrer que les courbes C_f et C_g sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

3. Soit a un nombre réel strictement positif. On se propose de calculer de deux façons différentes le nombre $I(a) = \int_0^a \ln(x+1)dx$.

a. En utilisant des considérations d'aires, démontrer que $I(a) = a\ln(a+1) - \int_0^{\ln(a+1)} (e^x - 1)dx$.

b. En déduire la valeur de $I(a)$.

c. Retrouver la valeur de $I(a)$ en effectuant une intégration par parties.

Courbes de l’exercice 5