

On note \mathbb{R} l'ensemble des nombres réels.

Partie A

Soit f_2 la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f_2(x) = (x+2)e^{-x}.$$

La courbe représentative de f_2 , notée \mathcal{C}_2 , est tracée dans un repère orthonormé sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.

Aucune justification ni aucun calcul ne sont attendus dans cette partie.

1. Conjecturer les limites de f_2 en $-\infty$ et $+\infty$.
2. Conjecturer le tableau de variations de f_2 à l'aide du graphique.
3. Soit T_2 la tangente à la courbe \mathcal{C}_2 au point d'abscisse 0. Tracer cette tangente sur l'ANNEXE à rendre avec la copie, puis en conjecturer une équation par lecture graphique.
4. Sur l'ANNEXE à rendre avec la copie, hachurer un domaine dont l'aire est donnée par l'intégrale

$$\int_{-2}^6 f_2(t) dt.$$

Partie B

Pour tout réel m , on note f_m la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f_m(x) = (x+m)e^{-x}$$

et \mathcal{C}_m sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Calculer les limites de f_m en $-\infty$ et $+\infty$.
2. On admet que f_m est dérivable sur \mathbb{R} et on note f'_m sa dérivée.
Montrer que, pour tout réel x , $f'_m(x) = (-x-m+1)e^{-x}$.
3. En déduire les variations de f_m sur \mathbb{R} .
4. **a.** Pour tout réel m , on note T_m la tangente à la courbe \mathcal{C}_m au point d'abscisse 0.
Démontrer que T_m a pour équation réduite $y = (1-m)x + m$.
b. Démontrer que toutes les droites T_m passent par un même point dont on précisera les coordonnées.
5. Étudier le signe de $f_m(x)$ pour tout réel x .
6. On admet que la fonction F_2 définie sur \mathbb{R} par $F_2(x) = -(x+3)e^{-x}$ est une primitive de f_2 sur \mathbb{R} .
a. Déterminer, en fonction de x , l'expression de

$$\int_{-2}^x f_2(t) dt.$$

- b.** En déduire la valeur de

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_{-2}^x f_2(t) dt.$$

