Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ telle que :

$$f(x) = \frac{x}{e^x - x}.$$

On admet que la fonction f est positive sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal du plan.
La courbe $\mathscr{C}$ est représentée en annexe, **à rendre avec la copie**.

Partie A

Soit la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par $I_n = \displaystyle\int_0^n f(x)\,dx$.
On ne cherchera pas à calculer la valeur exacte de I_n en fonction de n.

1. Montrer que la suite (I_n) est croissante. x
2. On admet que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, $e^x - x \geqslant \dfrac{e^x}{2}$.
   a. Montrer que, pour tout entier naturel n, $I_n \leqslant \displaystyle\int_0^n 2xe^{-x}\,dx$.
   b. Soit H la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ telle que :
   $$H(x) = (-x-1)e^{-x}.$$
   Déterminer la fonction dérivée H' de la fonction H.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $I_n \leqslant 2$.
3. Montrer que la suite (I_n) est convergente. On ne demande pas la valeur de sa limite.

Partie B

On considère l'algorithme suivant dans lequel les variables sont
— K et i des entiers naturels, K étant non nul ;
— A, x et h des réels.

Entrée :	Saisir K entier naturel non nul
Initialisation	Affecter à A la valeur 0 Affecter à x la valeur 0 Affecter à h la valeur $\frac{1}{K}$

Traitement	Pour i variant de 1 à K
	    Affecter à A la valeur $A + h \times f(x)$
	    Affecter à x la valeur $x + h$
	Fin Pour

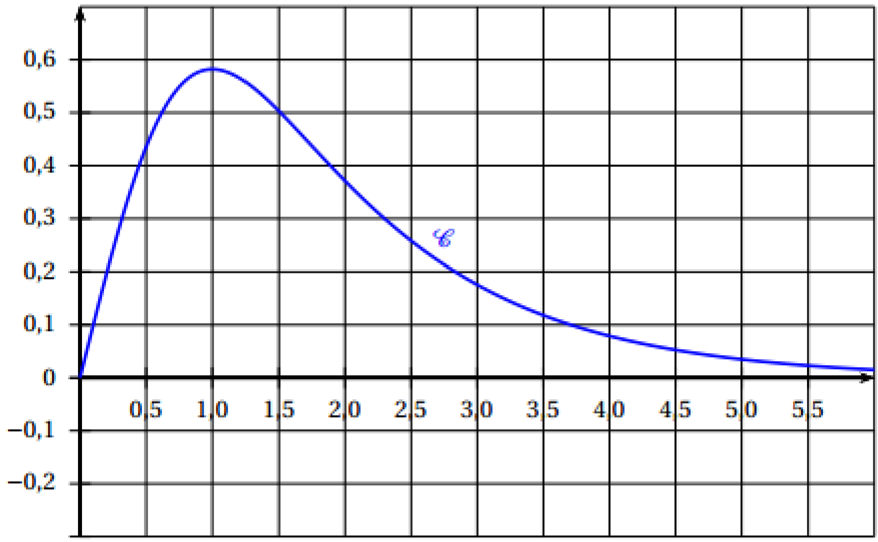
Sortie	Afficher A

1. Reproduire et compléter le tableau suivant, en faisant fonctionner cet algorithme pour $K = 4$. Les valeurs successives de A seront arrondies au millième.

i	A	x
1		
2		
3		
4		

2. En l'illustrant sur l'annexe **à rendre avec la copie**, donner une interprétation graphique du résultat affiché par cet algorithme pour $K = 8$.
3. Que donne l'algorithme lorsque K devient grand ?

Courbe $\mathscr{C}$, représentative de la fonction f sur $[0\,;\,6]$



Courbe $\mathscr{C}$, représentative de la fonction f sur $[0\,;\,1]$