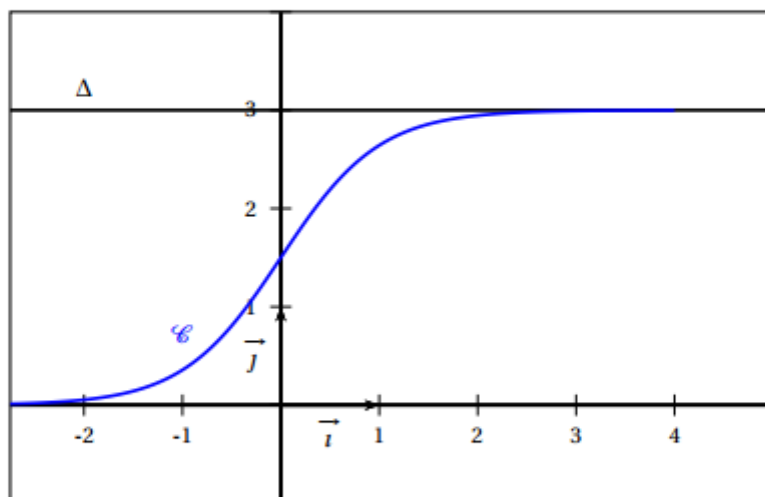


Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{3}{1 + e^{-2x}}.$$

Sur le graphique ci-après, on a tracé, dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f et la droite Δ d'équation $y = 3$.



1. Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
2. Justifier que la droite Δ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 2,999$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .

Partie B

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 3 - f(x)$.

1. Justifier que la fonction h est positive sur $\mathbb{R}$.
2. On désigne par H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = -\frac{3}{2} \ln(1 + e^{-2x})$.
Démontrer que H est une primitive de h sur $\mathbb{R}$.
3. Soit a un réel strictement positif.
 - a. Donner une interprétation graphique de l'intégrale $\int_0^a h(x) dx$.
 - b. Démontrer que $\int_0^a h(x) dx = \frac{3}{2} \ln\left(\frac{2}{1 + e^{-2a}}\right)$.
 - c. On note $\mathcal{D}$ l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan défini par

$$\begin{cases} x & \geq 0 \\ f(x) & \leq y \leq 3 \end{cases}$$
 Déterminer l'aire, en unité d'aire, du domaine $\mathcal{D}$.