

**III/ Continuité et dérivabilité. (5 points)**

Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{x^2 - x}, & \text{si } x \in ]-\infty; 0[ \cup ]1; +\infty[ \\ f(x) = x^3 - x^2, & \text{si } x \in ]0; 1[ \\ f(0) = f(1) = 0 \end{cases}$$

**IV/ Etude de fonctions. (7 points)****Partie A**

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbf{R}$  par :

$$g(x) = x^4 + 16x^3 + 3.$$

1°) Étudier le sens de variation de  $g$  sur  $\mathbf{R}$ .

2°) Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet deux solutions  $\alpha$  et  $\beta$  dans  $\mathbf{R}$  dont on donnera, des valeurs approchées à  $10^{-2}$  près.

3°) En déduire le signe de  $g(x)$  en fonction de  $x$ .

**Partie B**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R} \setminus \{-4\}$  par :

$$f(x) = \frac{x^4 - 1}{(x + 4)^3}$$

1°) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.

2°) Montrer que, sur  $\mathbf{R} \setminus \{-4\}$ ,  $f'(x)$  est du même signe que  $g(x)$ .

3°) En déduire les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation complet.

4°) Proposer une fenêtre  $(x_{\min}, x_{\max}, y_{\min}, y_{\max})$  à paramétrer sur une calculatrice graphique pour visualiser correctement la courbe représentative de  $f$ . (le tracé n'est pas demandé)