119.

Première partie

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,4]$ par :

$$f(x) = \sqrt{x(4-x)}.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Démontrer que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,4[$ et donner l'expression de sa dérivée f' sur cet intervalle.
2. Démontrer que f n'est dérivable ni en 0 ni en 4.
3. Étudier les variations de la fonction f.
4. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.
5. Tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ et sa tangente au point d'abscisse 2.

Deuxième partie

On considère la fonction g définie sur $[0\,;\,4]$ par :

$$g(x) = x\sqrt{x(4-x)}.$$

On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Démontrer que la fonction g est dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,4[$ et donner l'expression de sa dérivée g' sur cet intervalle.
2. La fonction g est-elle dérivable :
   a. en 0 ?
   b. en 4 ?
3. Étudier les variations de la fonction g.
4. a. Démontrer que l'équation $g(x) = 1$ admet une unique solution dans l'intervalle $[0\,;\,3]$.
   b. À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement de cette solution à 0,01 près.
5. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 2.
6. Tracer la courbe $\mathscr{C}_g$ et sa tangente au point d'abscisse 2.

Troisième partie

On considère la fonction k définie sur $]0\,;4]$ par :

$$k(x) = \frac{\sqrt{x}(4-x)}{x}.$$

On note $\mathscr{C}_k$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Étudier la limite de la fonction k en 0.
2. Démontrer que la fonction k est dérivable sur l'intervalle $]0\,;4[$ et donner l'expression de sa dérivée k' sur cet intervalle.
3. La fonction k est-elle dérivable en 4 ?
4. Étudier les variations de la fonction k.
5. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_k$ au point d'abscisse 2.
6. Tracer la courbe $\mathscr{C}_k$ et sa tangente au point d'abscisse 2.