Exercice 1) (Bac C, 1982, 7 points)

- On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -1 + \sqrt{1+x^2}$.
Justifier que f est paire et dérivable, étudier la limite de f en $+\infty$ et les variations de f .
- On appelle g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x^2}{1+|x|}$.
Justifiez que g est dérivable en 0. Etudier la limite de g en $+\infty$ et les variations de g sur $[0; +\infty[$.
Prouver que g est paire en déduire les variations de g sur $\mathbb{R}$.
- Justifier que la courbe C de f et la courbe Γ de g admettent pour asymptotes les droites d'équation $y = x - 1$ et $y = -x - 1$.
- Etudier la position relative de C et Γ .

Exercice 2) (Bac C, Dijon 1974, 5 points)

Pour tout réel x , on note $E(x)$ la partie entière de x . On définit sur $[-1; 2]$ la fonction f par $f(x) = E(x)\sin(\pi x)$.

- Exprimer $f(x)$ à l'aide de $\sin(\pi x)$ sur chacun des intervalles $[-1; 0]$, $[0; 1[$ et $[1; 2]$.
- Etudier la continuité de f en 0, la dérivabilité de f en 0.
- Etudier les variations de f sur $[-1; 2]$.
- Tracer la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 3 cm.

Exercice 3) (Extraits du concours ECE 2005, 8 points)

A chaque question sont proposées plusieurs affirmations. Vous devez dire si elles sont justes ou fausses, sans justification. Toute réponse fautive sera pénalisée, une absence de réponse ne sera pas comptabilisée. Si pour une question, le total des points est négatif, ce total sera ramené à 0.

- On appelle f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x}$ si $x \neq 0$, $f(0) = 0$. Alors :
 - f est continue en 0.
 - f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$.
 - Pour $x \neq 0$, $f'(x) = \frac{2x^2 \cos(x^2) - \sin(x^2)}{x^2}$
 - f'' est continue en 0.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - \sin x}{x \cos x + 2x^3}$ n'existe pas
 - $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + 1}{x - \pi} = -1$
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = +\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2\sin x} - 1}{x} = \frac{1}{2}$
- On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 8}{x - 3}$. Alors :
 - Si $x \neq 3$, $f(x) = 2x - 1 - \frac{2}{x - 3}$
 - $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$
 - La droite d'équation $y = 2x - 1$ est asymptote à la courbe de f .
 - f est strictement croissante sur $]-\infty; 2]$
- On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + \sqrt{2} + \sin x$. Alors
 - f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$
 - $f'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{\cos x}}$
 - L'équation $f(x) = \pi$ admet une solution unique
 - La droite d'équation $y = 2x$ est asymptote à la courbe de f .