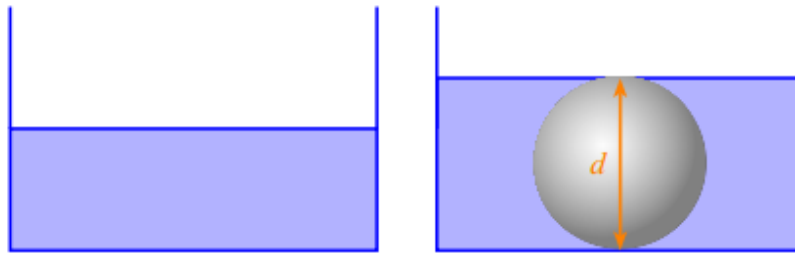


Problème d'immersion**6 points**

On dispose d'un récipient cylindrique de rayon 40 cm contenant de l'eau dont la hauteur est 20 cm. On y plonge une bille sphérique de diamètre d (en cm) et on constate que le niveau de l'eau est tangent à la bille. Le but de cet exercice est de calculer le diamètre d de la bille.



1) Vérifier que d est solution du système

$$\begin{cases} 0 \leq d \leq 80 \\ d^3 - 9\,600d + 192\,000 = 0 \end{cases}$$

2) f est la fonction sur $[0; 80]$ par :

$$f(x) = x^3 - 9\,600x + 192\,000$$

- Déterminer la dérivée de la fonction f . En déduire le signe de la dérivée puis dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 80]$.
- D'après le tableau de variation, montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $[0; 80]$.
- Déterminer un algorithme permettant de calculer cette solution à 10^{-2} près.

On rappelle que :

- le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est égal à $\pi r^2 h$
- le volume d'une sphère de rayon r est égal à : $\frac{4}{3}\pi r^3$