Soient f et g les fonctions définies sur ***R*** par : f(x) = $x^3 - 4$ et g(x) = $x^2 - 5x + 14$

Le but de cet exercice est de chercher si il existe des tangentes communes à Cf et Cg

1) étudier f et g et tracer les courbes Cf et Cg

2) Soit a un réel , déterminer l' équation de la tangente Ta à Cf au point d' abscisse a

3) Soit b un réel , déterminer l' équation de la tangente Tb à Cg au point d' abscisse b

4) Montrer que Ta et Tb sont confondues si et seulement si a et b sont solutions du système :

$$\begin{cases} 3a^2 = 2b - 5 \\ 2\,a^3 - b^2 + 18 = 0 \end{cases}$$

5) Exprimer b en fonction de a et montrer que a est solution de l' équation :

$9a^4 - 8a^3 + 30a^2 - 47 = 0$

6) Soit P le polynôme définie sur ***R*** par p(x) = $9x^4 - 8x^3 + 30x^2 - 47$

Calculer p(-1) et déterminer les réels c , d , e , f tels que

P(x) = (x + 1)($cx^3 + dx^2 + ex + f$)

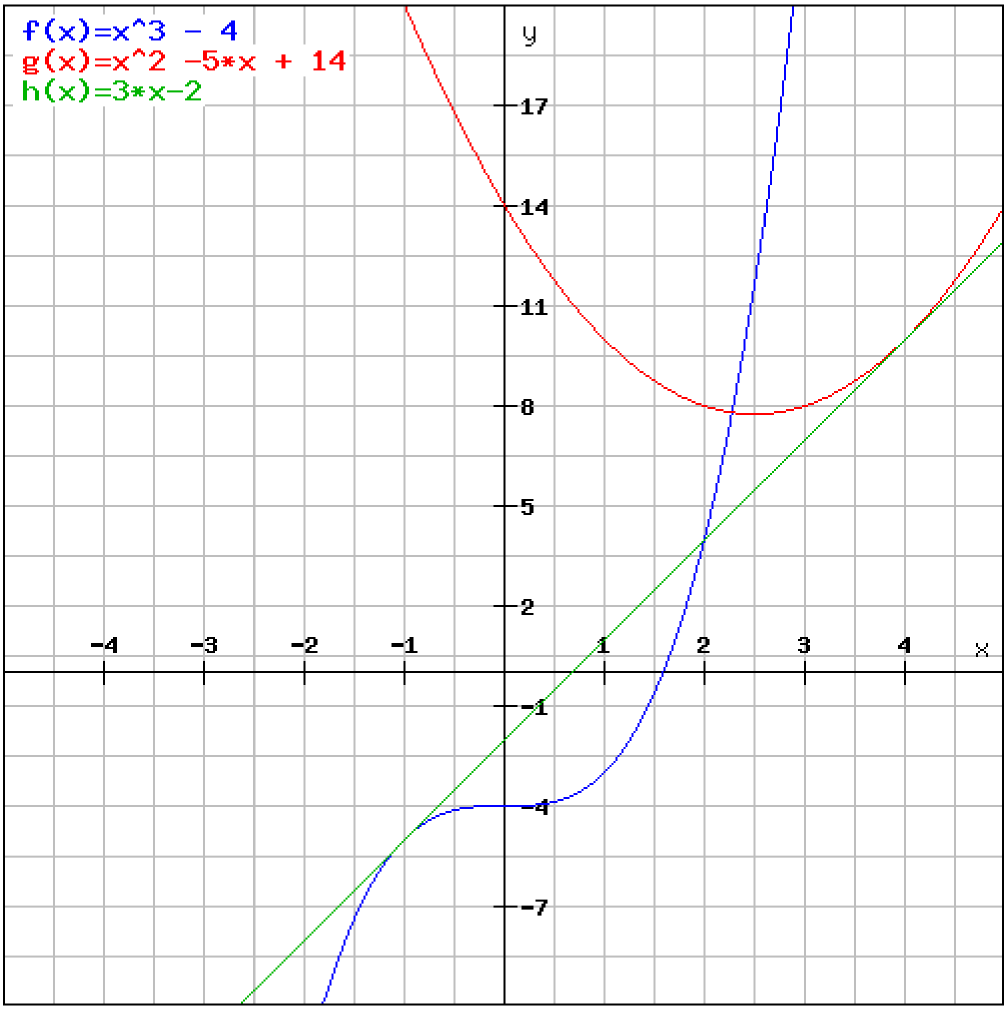
7) soit h la fonction définie sur ***R*** par h(x) = $9x^3 - 17x^2 + 47x - 47$

Etudier h (dérivée , limites , tableau de variations)

Montrer que l' équation h(x) = 0 admet une unique solution α .

Donner un encadrement de α à 10^{-2} près

8) Conclure


f(x)=x^3 - 4
g(x)=x^2 -5*x + 14
h(x)=3*x-2
y
x
17
14
11
8
5
2
-1
-4
-7
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4