Exercice 4 *(5 points)*

Partie A

Soit g la fonction définie sur **R** par : $g(x) = x^3 + x^2 - x + 1$.

1°) Etudier les variations de g.

2°) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 0$ ainsi qu'une valeur approchée à 10^{-1} près de chacune d'elles.

3°) En déduire le signe de $g(x)$ sur **R** en fonction de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $D_f =]-\infty\ ; -1[\cup[1\ ; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^4 - 1}}{x + 1}$.

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal

(le tracé n'est pas demandé)

1°) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. En déduire l'existence d'une droite asymptote à C_f.

2°) Etudier la dérivabilité de f sur D_f.

3°) Démontrer que, pour tout $x \in]-\infty\ ; -1[\cup]1\ ; +\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)\sqrt{x^4 - 1}}$.

4°) En déduire les variations de f.

5°) Démontrer que la droite d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à C_f en $-\infty$ et en $+\infty$.