

Exercice 2 (3,5 points)

Soit $f(x) = x + \sqrt{x^2 + x + 1}$ et C_f la courbe représentative de f dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2°) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et en déduire que la courbe C_f admet une asymptote dont on donnera une équation.

3°) Démontrer que la droite $\Delta : y = 2x + \frac{1}{2}$ est asymptote à C_f en $+\infty$.

Remarque : La figure n'est pas demandée.

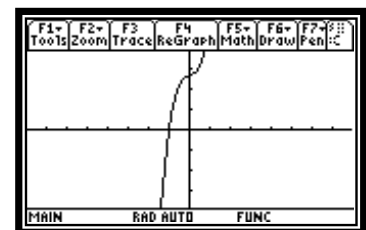
.../...

Exercice 3 (7,5 points)

Soit f la fonction définie sur $[-7 ; +\infty[$ par : $f(x) = (x^3 + 1)\sqrt{x+7}$

1°) Voici la courbe obtenue sur une calculatrice graphique :

Quel semble être le tableau de variation de f ?



2°) f est-elle continue en -7 ? Dérivable en -7 ?

Le résultat concorde-t-il avec le graphique obtenu ?

3°) Calculer la limite de f en $+\infty$.

Le résultat concorde-t-il avec le graphique obtenu ?

4°) Justifier que f est dérivable sur $] -7 ; +\infty[$ et que :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+7}} \quad \text{avec } g(x) = 7x^3 + 42x^2 + 1.$$

5°) Etudier les variations de g sur $] -7 ; +\infty[$ et montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dont on déterminera un encadrement d'amplitude 10^{-2} . En déduire le signe de $g(x)$ en fonction de x .

6°) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation complet.

Conclure sur l'intérêt du tracé de la courbe obtenue sur la calculatrice.