

Etude d'une fonction. (8 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R}^* par : $f(x) = x - 2 + \frac{1-x}{x^2}$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal (le tracé n'est pas demandé)

1°) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2°) Déterminer les équations des deux asymptotes à la courbe C_f et la position de C_f par rapport à son asymptote oblique.

3°) Déterminer une expression de la fonction dérivée f' de f .

4°) Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout réel x : $x^3 + x - 2 = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$.

En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations complet.

5°) a) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -1.

b) Déterminer les points de la courbe C_f en lesquels la tangente à la courbe C_f est parallèle à la droite (Δ) d'équation $y = x - 2$.