Exercice 1 *(6 points)*

1°) Soit g la fonction définie sur **R** par : $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$.

a) Etudier le sens de variation de g sur R.
b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans **R** une unique solution que l'on note α.
Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
c) Déterminer le signe de g sur **R**.

2°) Soit f la fonction définie sur $[1 ; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{4x^2 - 1}$.

a) Démontrer que le signe de $f'(x)$ est le même que le signe de $g(x)$ sur $[1 ; +\infty[$.
b) En déduire le sens de variation de f sur $[1 ; +\infty[$.
c) En utilisant la définition de α, démontrer que : $f(\alpha) = \dfrac{3}{8}\alpha$.
En déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

Exercice 2 *(4 points)*

Soit f la fonction définie sur **R** par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 3 & \text{si } x \in \left]-\infty ; 1\right[\\ f(1) = -2 & \\ f(x) = \sqrt{x-1} - 2 & \text{si } x \in \left]1 ; +\infty\right[\end{cases}$$

1°) f est-elle continue en $x = 1$?

2°) f est-elle dérivable en $x = 1$?

3°) Quelles conséquences graphiques peut-on tirer des résultats précédents ? Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormal. (Aucune étude de variations n'est exigée)