Le plan *P* est rapporté à un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) d'unité graphique 2 cm.

Soit (E) l'équation : $x^4 = 4x + 1$ sur R.

Partie I

Soit *f* l'application définie sur R par : $f(x) = x^4 - 4x - 1$.

1°) Etudier les variations de *f* et dresser son tableau de variations complet.

2°) En déduire le nombre de solutions de l'équation (E) et justifier qu'une des solutions appartient à l'intervalle I = $\left[\frac{3}{2};2\right]$.

Partie II

Dans cette partie, I désigne toujours l'intervalle $\left[\frac{3}{2};2\right]$ et α désigne la solution positive de (E).

1°) Soit *g* l'application définie sur $[-\frac{1}{4}\ ;0[\cup]0\ ;+\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{\sqrt{4x+1}}{x}$.

a) Etudier les limites de *g* aux bornes de son ensemble de définition et en déduire que la courbe C_g représentative de *g* admet les axes du repère pour asymptotes.

b) Etudier la dérivabilité de *g* en $x = -\frac{1}{4}$, que peut-on en déduire pour C_g ?

c) Justifier que *g* est dérivable sur $]-\frac{1}{4}\ ;0[\cup]0\ ;+\infty[$ et que $g'(x) = \dfrac{-(2x+1)}{x^2\sqrt{4x+1}}$ sur $]-\frac{1}{4}\ ;0[\cup]0\ ;+\infty[$.

d) Etudier les variations de *g* et dresser son tableau de variations complet.

e) Tracer la courbe C_g.