

**Exercice 3****Partie A**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = 8x^3 - 7x^2 + 4x - 3$ .

- 1°) Etudier les variations de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 2°) Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  et en donner un encadrement d'amplitude  $10^{-2}$ .
- 3°) En déduire le signe de  $g(x)$  en fonction de  $x$ .

**Partie B**

Soit la fonction définie par :  $f(x) = (x^3 + x)\sqrt{x - x^2}$  et  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

- 1°) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
- 2°) La fonction  $f$  est-elle dérivable en 0 et en 1 ? Que peut-on en déduire pour  $C_f$ .
- 3°) Justifier que  $f$  est dérivable sur  $]0 ; 1[$  et que :  $f'(x) = \frac{-x \cdot g(x)}{2\sqrt{x - x^2}}$  pour tout  $x \in ]0 ; 1[$ .
- 4°) En déduire les variations de  $f$  et tracer son tableau de variations complet.
- 5°) Déterminer une équation de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $x = \frac{1}{2}$ .
- 6°) Tracer la courbe  $C_f$  et sa tangente au point d'abscisse  $x = \frac{1}{2}$ . (unité : 10 cm).