

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-1; +\infty[$  par : 
$$f(x) = \frac{1}{2}(1-x)\sqrt{x+1}$$

et soit  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (unité graphique : 4 cm.)

**1°)** Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

**2°)** Étudier la dérivabilité de  $f$  en  $-1$ .

Que peut-on en déduire pour  $(C)$  ?

**3°)** Étudier les variations de  $f$  et construire la courbe  $(C)$ .

**4°)** Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0;1]$  par : 
$$g(x) = f(x) - x.$$

**a)** Étudier le sens de variation de  $g$ .

**b)** En déduire que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  et donner une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-1}$  près.