Soit f_m la fonction définie sur R\{1} par : $f_m(x) = \dfrac{x^2 + (m-1).x + 1}{x-1}$ où m est un paramètre réel.

On note (C_m) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

1°) Déterminer en fonction de m la limite de $f_m(x)$ quand x tend vers 1.

Que peut-on en déduire pour (C_m) ?

2°) a) Déterminer a, b et c en fonction de m tels que : $f_m(x) = a.x + b + \dfrac{c}{x-1}$ pour tout $x \neq 1$.

b) En déduire que, pour $m \neq -1$, (C_m) admet une asymptote oblique (D_m) dont on donnera une équation en fonction de m.

a) Déterminer la position de (C_m) par rapport à (D_m).

Partie B

Soit f_3 la fonction définie sur R\{1} par : $f_3(x) = \dfrac{(x+1)^2}{x-1}$

1°) En utilisant les résultats de la partie A, donner les équations des deux droites asymptotes à (C_3)

2°) a) Déterminer les coordonnées du point A intersection des deux asymptotes à (C_3).

b) Démontrer que A est un centre de symétrie de (C_3)

3°) Étudier les variations de f_3 et tracer (C_3) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique : 1 cm)