

I/ Etude d'une fonction. (8 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 3x + 3}$$

1°) a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variations.

2°) a) Démontrer que la courbe C_f représentative de f admet la droite (D) d'équation : $y = x - 3$ comme asymptote oblique en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Etudier la position relative de C_f et de (D) .

c) Démontrer que la courbe C_f admet pour centre de symétrie le point $I \left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2} \right)$.

3°) Construire la droite (D) et la courbe C_f dans un repère orthonormal.

.../...

II/ Calculs de limites. (5 point)

Calculer les limites suivantes :

$$1^\circ). \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1}$$

$$2^\circ). \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + x^2 + 1}$$

$$3^\circ). \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$4^\circ). \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x}$$

$$5^\circ). \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \sin \frac{1}{x}$$