

II/ Un peu de Trigonométrie. (4 pts)

1°) Résoudre dans \mathbf{R} puis dans $]-\pi ; \pi]$ l'équation : $\tan^2 x = \tan x$.

2°) Démontrer que pour tout $x \in \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}_{k \in \mathbf{Z}}$ on a : $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 4 \cos 2x$

III/ Encore un peu de Trigonométrie. (8,5 pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par : $f(x) = \frac{6 \sin x}{\cos(2x) - 2}$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1°) Démontrer que f est périodique de période 2π .

2°) Etudier la parité de f .

3°) Démontrer que la courbe C_f est symétrique par rapport à la droite $\Delta : x = \pi/2$.

4°) En déduire que l'on peut réduire l'intervalle d'étude à l'intervalle $I = [0 ; \pi/2]$

et expliquer comment l'on obtient alors la courbe C_f complète.

5°) Démontrer que $f'(x)$ est du signe de $(1 - 2\cos^2 x) \cos x$ sur \mathbf{R} .

6°) Résoudre l'inéquation : $1 - 2 \cos^2 x \geq 0$ sur $[0 ; \pi/2]$.

En déduire les variations de f sur I puis dresser son tableau de variations complet sur I .

7°) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.

8°) Tracer la courbe C_f sur $[-2\pi ; 2\pi]$.