

EXERCICE

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par :  $f(x) = \cos 4x + 2.\sin 2x$ .

On note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité 2 cm.).

1°) Démontrer que  $f$  est de période  $\pi$ .

2°) Démontrer que la droite d'équation  $x = \frac{\pi}{4}$  est un axe de symétrie de  $C_f$ .

3°) En déduire que l'on peut réduire l'intervalle d'étude à l'intervalle  $I = \left[ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]$

et expliquer comment l'on obtient alors la courbe  $C_f$  complète.

4°) Vérifier que  $f'(x) = -4.\cos 2x.(2.\sin 2x - 1)$

En déduire les variations de  $f$  sur l'intervalle  $I$  puis dresser son tableau de variations complet sur  $I$ .

5°) Tracer la courbe  $C_f$  sur l'intervalle  $[-\pi; \pi]$ .

6°) Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation :  $f(x) = 1$ .

Indiquer les solutions appartenant à l'intervalle  $[-\pi; \pi]$  et vérifier ce résultat sur le graphique précédent.