

Exercice 1 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x) = x \tan x$.

1°) Etudier la parité de f .

2°) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

3°) Démontrer que pour tout x de $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$, $f'(x) = \frac{2x + \sin 2x}{2 \cos^2 x}$

4°) a) Déterminer les variations de la fonction g définie sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x) = 2x + \sin 2x$.

b) En déduire les variations de f sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

5°) Dresser le tableau de variation complet de f sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$.

6°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $\frac{\pi}{4}$.

7°) Soit (E) l'équation : $\tan x = \frac{1}{x}$ sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$.

Utiliser l'étude de f pour déterminer le nombre de solutions de (E) ainsi qu'une valeur approchée à 10^{-2} de chacune d'elles.

Exercice 2 (3 points)

Résoudre dans \mathbf{R} puis dans $]-\pi; \pi]$ l'équation : $\tan 2x = \frac{1}{\tan x}$.