Exercice 5 : ***Rappel*** $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

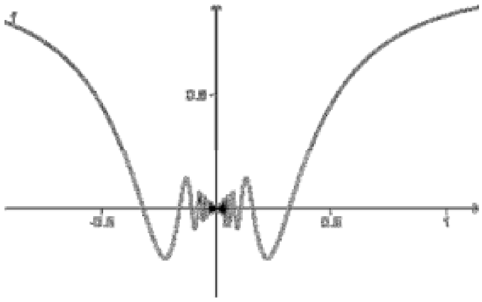
Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{n \to +\infty} n\sin\left(\frac{1}{n}\right)$, $\lim\limits_{n \to +\infty} n^2 \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt{n}\sin\left(\frac{1}{n}\right)$

Exercice 6 : ***Exemple de fonction continue et non dérivable.***

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x \times \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?
2) La fonction f est-elle dérivable sur $\mathbb{R}$?



Exercice 7 : ***Dérivées***

Indiquer sur quels intervalles on peut dériver les fonctions suivantes puis donner leurs dérivées.

1) $f(x) = x - \cos x$
2) $f(x) = x\sin x$
3) $f(x) = x^2 \cos x$
4) $f(x) = \cos(5x+3)$
5) $f(x) = 2\sin(-3x+2) - \frac{4}{x}$
6) $f(x) = \frac{4}{10-5x} + \sqrt{2+\cos x}$
7) $f(x) = \frac{1}{2+\sin(2x)}$
8) $f(x) = \sin^2(x)$
9) $f(x) = \cos^2(3x)$

Exercice 8 : ***Un résultat surprenant***

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

1) Calculer $f'(x)$. Que peut-on en déduire ?
2) Retrouver ce résultat par le calcul.

Exercice 9 : ***Une première étude de fonction***

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2}{2+\cos(x)}$

1) Justifier que la fonction f est bien définie sur $\mathbb{R}$.
2) Etudier les variations de f sur $[0,\pi]$.
3) Etudier les variations de f sur $[-\pi,\pi]$.

Exercice 10 : ***Etude de fonction***

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin x(1+\cos x)$

1) Démontrer que f est impair et périodique. En déduire que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude à $[0,\pi]$
2) Etudier les variations de f sur $[0,\pi]$.
3) Donner l'allure de la courbe sur $[-2\pi,2\pi]$.