

★ ★ 128 Miroirs paraboliques

Dans un repère orthonormal, $\mathcal{P}$ est la parabole d'équation $y = x^2$, a est un réel et d_a la droite d'équation $x = a$. La droite d_a coupe $\mathcal{P}$ en un seul point M_a et Δ_a est la symétrique de d_a par la réflexion d'axe la tangente en M_a à $\mathcal{P}$.

Démontrez que toutes les droites Δ_a passent par un point fixe F (appelé foyer de $\mathcal{P}$).

Commentaire : La fabrication de miroirs paraboliques repose sur cette propriété : les rayons solaires frappent le miroir parabolique et se réfléchissent en passant tous par le foyer ; l'énergie solaire est alors concentrée en ce point.

★ ★ 129 Dans un repère orthonormal, $\mathcal{P}$ est la parabole d'équation $y = x^2$ et F le point de coordonnées $\left(0 ; \frac{1}{4}\right)$. M est un point de l'axe des abscisses d'abscisse non nulle et d une droite passant par M . Prouvez que « d est tangente à $\mathcal{P}$ en un point d'abscisse non nulle » équivaut à « la droite d est perpendiculaire à (FM) ».