Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$: unité 5 cm. Soit *C* la courbe dont une équation dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ est : $x(x^2+y^2)+y^2-3x^2=0$

1°) Soit *f* la fonction définie sur]-1 ; 3] par :

$$f(x)=\sqrt{\frac{x^2(3-x)}{1+x}}$$

Montrer que *C* est la réunion des courbes C_1 et C_2 représentatives des fonction *f* et –*f*.

2°) a) Déterminer : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\frac{f(x)}{x}$

b) *f* est-elle dérivable en 0 ?

c) Interpréter géométriquement les résultat du a).

3°) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x<3}}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$. Que peut-on en déduire ?

4°) a) Monter que $f'(x)=\frac{3x-x^3}{(x+1)\sqrt{x^2(x+1)(3-x)}}$ sur] -1 ; 0 [$\cup$] 0 ; 3 [,

puis étudier son signe.

b) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} f(x)$. Interpréter géométriquement ce résultat.

c) Dresser le tableau de variation de *f*. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près du maximum relatif de *f*.

5°) Tracer la courbe C_1, puis compléter avec une autre couleur pour obtenir la courbe *C* en entier.