

I/ Etude d'une fonction trigonométrique. (7 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (\cos 2x + 2) \cdot \sin x$

1°) Déterminer la parité et la périodicité de f et en déduire un intervalle d'étude approprié.

2°) Vérifier que : $f'(x) = (3 - 6 \cdot \sin^2 x) \cdot \cos x$

en déduire les variations de f sur l'intervalle d'étude considéré.

3°) Tracer la courbe C_f représentative de f sur l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi]$

II/ Etude d'une fonction. (10 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos 4x + 2 \cdot \sin 2x$.

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité graphique 2 cm.).

1°) Démontrer que f est de période π .

2°) Démontrer que la droite d'équation $x = \frac{\pi}{4}$ est un axe de symétrie de C_f .

3°) En déduire que l'on peut réduire l'intervalle d'étude à l'intervalle $I = \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]$

et expliquer comment l'on obtient alors la courbe C_f complète.

4°) Vérifier que $f'(x) = -4 \cdot \cos 2x \cdot (2 \cdot \sin 2x - 1)$

En déduire les variations de f sur l'intervalle I puis dresser son tableau de variations complet sur I .

5°) Tracer la courbe C_f sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$.

6°) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $f(x) = 1$.

Indiquer les solutions appartenant à l'intervalle $[-\pi; \pi]$ et vérifier ce résultat sur le graphique précédent.