

**Exercice n°2 : Etude de fonction**

$f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{x}{e^x - x}$$

$\mathcal{C}$  est sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1.  $g$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = e^x - x - 1$ .
  - a. Etudier les variations de  $g$  et en déduire le signe de  $g(x)$ . (Il n'est pas utile de calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition pour répondre à la question.)
  - b. Justifier alors pourquoi  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$ .

2. Etude de la fonction  $f$

- a. Montrer que pour tout  $x \neq 0$ ,

$$f(x) = \frac{1}{\frac{e^x}{x} - 1}$$

En déduire les limites de  $f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ . Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

- b. Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variations complet.
- c.  $T$  est la tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0. Etudier la position de  $\mathcal{C}$  par rapport à la droite  $T$ .

$\mathcal{C}$ , courbe représentative de  $f$  et  $T$

(pour vous permettre de voir au fur et à mesure si vos résultats sont cohérents)

