

83 ★ **Bac** f est la fonction définie pour tout réel x par :

$$f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}.$$

On désigne par \mathcal{C} la courbe représentative de f .

1.a. Vérifiez que, pour tout réel x :

$$f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1} = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}.$$

b. Étudiez les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

c. Montrez que les droites Δ_1 d'équation $y = x + 1$ et Δ_2 d'équation $y = x - 1$ sont asymptotes à \mathcal{C} .

d. Précisez la position relative de \mathcal{C} par rapport à Δ_1 et Δ_2 .

2. Montrez que la fonction f est impaire.

3. Étudiez les variations de f sur $[0 ; +\infty[$.

4. Tracez la courbe \mathcal{C} , la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse zéro, et les asymptotes Δ_1 et Δ_2 .

5. Montrez que l'équation $f(x) = 1$ admet une solution et une seule x_0 . Déterminez un encadrement de x_0 au dixième.