.

On note **R** l'ensemble des nombres réels et on considère la fonction *f* définie sur ***R*** par $f(x) = xe^{x-1} + 1$.

On note X sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

Partie A : étude de la fonction

1. Déterminer la limite de *f* en $-\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe X ?

2. Déterminer la limite de *f* en $+\infty$.

3. On admet que *f* est dérivable sur □, et on note f' sa fonction dérivée.

Montrer que, pour tout réel *x*, $f'(x) = (x+1)e^{x-1}$.

4. Étudier les variations de *f* sur □ et dresser son tableau de variation sur □.

Partie B : recherche d'une tangente particulière

Soit *a* un réel strictement positif. Le but de cette partie est de rechercher s'il existe une tangente à la courbe X au point d'abscisse *a*, qui passe par l'origine du repère.

1. On appelle T_a la tangente à X au point d'abscisse *a*. Donner une équation de T_a.

2. Démontrer qu'une tangente à X en un point d'abscisse *a* strictement positive passe par l'origine du repère si et seulement si *a* vérifie l'égalité $1 - a^2e^{a-1} = 0$.

3. Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

Démontrer que 1 est l'unique solution sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ de l'équation $1 - x^2e^{x-1} = 0$.

4. Donner alors une équation de la tangente recherchée.