TS **EXPONENTIELLE** *feuille 33*

EXERICICE (polynésie 2010)

Partie 1

Soit *g* la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $g(x)=e^x-xe^x+1$.

1. Déterminer la limite de *g* en $+\infty$.

2. Étudier les variations de la fonction *g*.

3. Donner le tableau de variations de *g*.

4. a. Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet sur $[0\,;+\infty[$ une unique solution. On note α cette solution.

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

c. Démontrer que $e^{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha-1}$.

5. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de *x*.

Partie 2

Soit *A* la fonction définie et dérivable sur $[0\,;+\infty[$ telle que $A(x)=\dfrac{4x}{e^x+1}$.

1. Démontrer que pour tout réel *x* positif ou nul, $A'(x)$ a le même signe que $g(x)$, où *g* est la fonction définie dans la partie 1.

2. En déduire les variations de la fonction *A* sur $[0\,;+\infty[$.

Partie 3

On considère la fonction *f* définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{4}{e^x+1}$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. La figure est donnée ci-dessous.

Pour tout réel *x* positif ou nul, on note :

M le point de (C) de coordonnées (*x* ; *f*(*x*)),

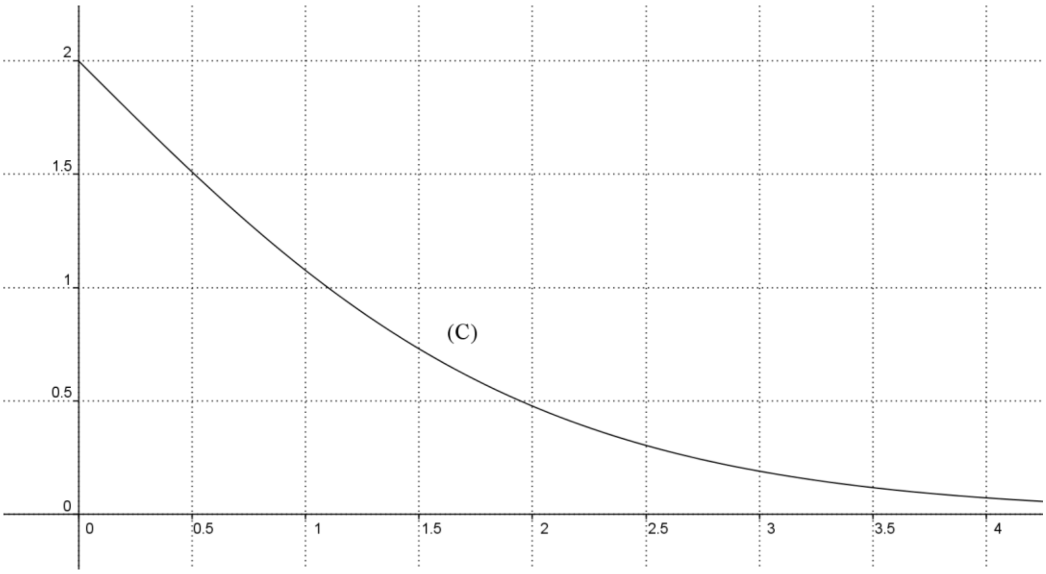
P le point de coordonnées (*x* ; 0),

Q le point de coordonnées (0 ; *f*(*x*)).

1. Démontrer que l'aire du rectangle *OPMQ* est maximale lorsque *M* a pour abscisse α.

2. Le point *M* a pour abscisse α. La tangente (T) en *M* à la courbe (C) est-elle parallèle à la droite (*PQ*) ?

Dans cette question, toute trace de recherche,même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.


2
1.5
1
0.5
0
(C)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4