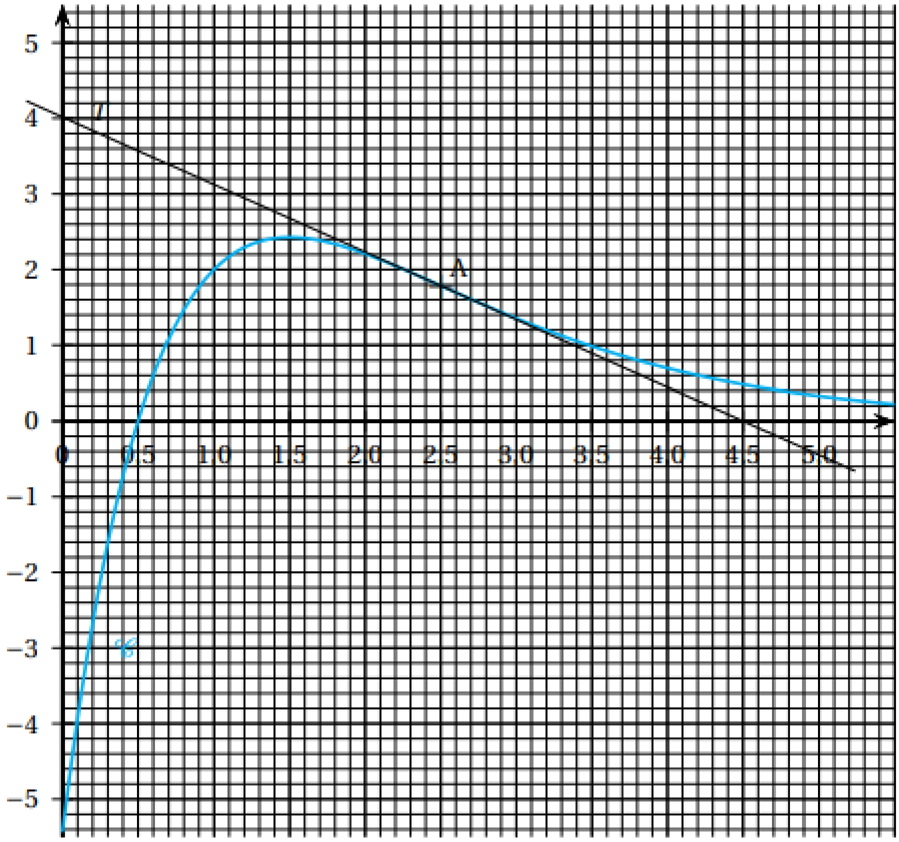
Partie A

On considère une fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$, représentée par la courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous.
La droite T est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse $\dfrac{5}{2}$.



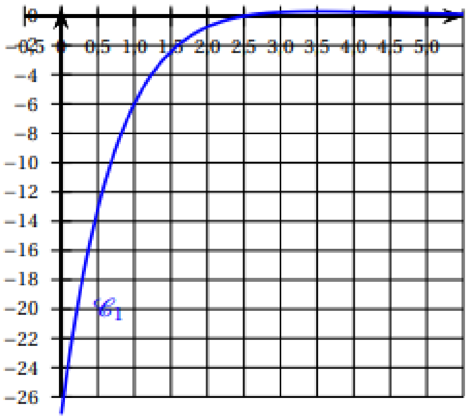
1. Dresser, par lecture graphique, le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 5]$.

2. Que semble présenter la courbe $\mathscr{C}$ au point A?

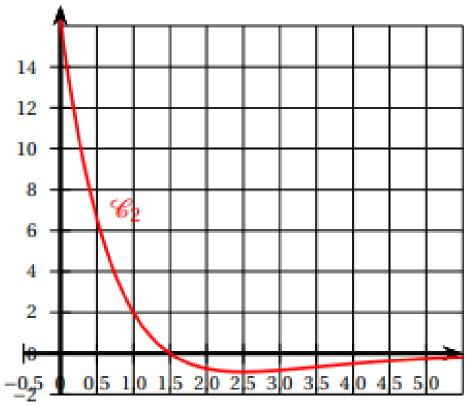
3. La dérivée f' et la dérivée seconde f'' de la fonction f sont représentées par les courbes ci-dessous.

   Associer à chacune de ces deux fonctions la courbe qui la représente.

   Ce choix sera justifié.

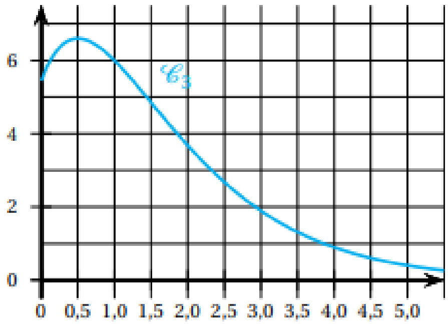


Courbe $\mathscr{C}_1$



Courbe $\mathscr{C}_2$

4. La courbe $\mathscr{C}_3$ ci-contre peut-elle être la représentation graphique sur $[0~;~+\infty[$ d'une primitive de la fonction f ? Justifier.



Partie B

Dans cette partie, on considère que la fonction f, définie et deux fois dérivable sur $[0~;~+\infty[$, est définie par

$$f(x) = (4x-2)\mathrm{e}^{-x+1}.$$

On notera respectivement f' et f'' la dérivée et la dérivée seconde de la fonction f.

1. Étude de la fonction f

   a. Montrer que $f'(x) = (-4x+6)\mathrm{e}^{-x+1}$.

   b. Utiliser ce résultat pour déterminer le tableau complet des variations de la fonction f sur $[0~;~+\infty[$. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

   c. Étudier la convexité de la fonction f et préciser l'abscisse d'un éventuel point d'inflexion de la courbe représentative de f.