

Une étude statistique a été menée dans une grande ville de France entre le 1<sup>er</sup> janvier 2000 et le 1<sup>er</sup> janvier 2010 afin d'évaluer la proportion des ménages possédant une connexion internet fixe.

Au 1<sup>er</sup> janvier 2000, un ménage sur huit était équipé d'une connexion internet fixe et, au 1<sup>er</sup> janvier 2010, 64 % des ménages l'étaient.

Suite à cette étude, cette proportion a été modélisée par la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par :

$$g(t) = \frac{1}{1 + ke^{-at}},$$

où  $k$  et  $a$  sont deux constantes réelles positives et la variable  $t$  désigne le temps, compté en années, écoulé depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2000.

1. Déterminer les valeurs exactes de  $k$  et de  $a$  pour que  $g(0) = \frac{1}{8}$  et  $g(10) = \frac{64}{100}$ .
2. Dans la suite, on prendra  $k = 7$  et  $a = 0,25$ . La fonction  $g$  est donc définie par :

$$g(t) = \frac{1}{1 + 7e^{-\frac{t}{4}}}.$$

- a. Montrer que la fonction  $g$  est croissante sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
  - b. Selon cette modélisation, peut-on affirmer qu'un jour, au moins 99 % des ménages de cette ville seront équipés d'une connexion internet fixe? Justifier la réponse.
3.
    - a. Donner, au centième près, la proportion de foyers, prévue par le modèle, équipés d'une connexion internet fixe au 1<sup>er</sup> janvier 2018.
    - b. Compte tenu du développement de la téléphonie mobile, certains statisticiens pensent que la modélisation par la fonction  $g$  de l'évolution de la proportion de ménages possédant une connexion internet fixe doit être remise en cause.  
Au début de l'année 2018 un sondage a été effectué. Sur 1 000 foyers, 880 étaient équipés d'une connexion fixe.  
Ce sondage donne-t-il raison à ces statisticiens sceptiques?  
(On pourra utiliser un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.)