On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.

Partie A

Soit f_2 la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f_2(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-x}.$$

La courbe représentative de f_2, notée $\mathscr{C}_2$, est tracée dans un repère orthonormé sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.

Aucune justification ni aucun calcul ne sont attendus dans cette partie.

1. Conjecturer les limites de f_2 en $-\infty$ et $+\infty$.
2. Conjecturer le tableau de variations de f_2 à l'aide du graphique.
3. Soit T_2 la tangente à la courbe $\mathscr{C}_2$ au point d'abscisse 0. Tracer cette tangente sur l'ANNEXE à rendre avec la copie, puis en conjecturer une équation par lecture graphique.
4. Sur l'ANNEXE à rendre avec la copie, hachurer un domaine dont l'aire est donnée par l'intégrale

$$\int_{-2}^{6} f_2(t)\,\mathrm{d}t.$$

Partie B

Pour tout réel m, on note f_m la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f_m(x) = (x+m)\mathrm{e}^{-x}$$

et $\mathscr{C}_m$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Calculer les limites de f_m en $-\infty$ et $+\infty$.
2. On admet que f_m est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f'_m sa dérivée.
   Montrer que, pour tout réel x, $f'_m(x) = (-x-m+1)\mathrm{e}^{-x}$.
3. En déduire les variations de f_m sur $\mathbb{R}$.
4. **a.** Pour tout réel m, on note T_m la tangente à la courbe $\mathscr{C}_m$ au point d'abscisse 0.
   Démontrer que T_m a pour équation réduite $y = (1-m)x + m$.

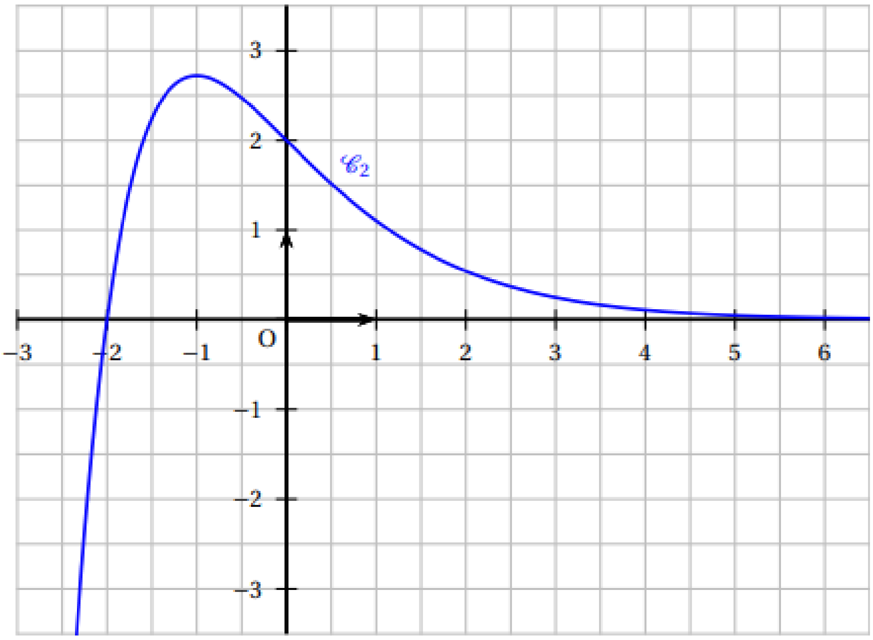
   b. Démontrer que toutes les droites T_m passent par un même point dont on précisera les coordonnées.
5. Étudier le signe de $f_m(x)$ pour tout réel x.
6. On admet que la fonction F_2 définie sur $\mathbb{R}$ par $F_2(x) = -(x+3)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f_2 sur $\mathbb{R}$.

   a. Déterminer, en fonction de x, l'expression de

$$\int_{-2}^{x} f_2(t)\,\mathrm{d}t.$$

   b. En déduire la valeur de

$$\lim_{x\to+\infty}\int_{-2}^{x} f_2(t)\,\mathrm{d}t.$$



3
2
1
O
-1
-2
-3
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
$\mathscr{C}_2$